

0017-9310(94)00121-9

Evaporation en convection forcée d'un film mince s'écoulant en régime permanent, laminaire et sans onde, sur une surface plane inclinée

A. AGUNAOUN et A. DAIF

Université de Perpignan, Laboratoire de Mécanique, d'Acoustique et d'Instrumentation, 52, Avenue de Villeneuve, 66860 Perpignan-Cedex, France

R. BARRIOL

ENSICA 49, Avenue Léon Blum, 33000 Toulouse, France

et

M. DAGUENET

Université de Perpignan, Laboratoire de Thermodynamique et d'Energétique, 52, Avenue de Villeneuve, 66860 Perpignan-Cedex, France

(Received 23 November 1993 and in final form 17 February 1994)

Résumé—Les auteurs proposent un modèle bidimensionnel qui, outre celles de la couche limite, admet les hypothèses suivantes: au bord de la surface par lequel entre le liquide, le film est établi et sa température est égale à celle de la surface supposée constante; il existe au-dessus du liquide un écoulement d'air humide, de température inférieure à celle de la surface, parallèle à celle-ci et dans la même direction que le film. Ils résolvent numériquement les équations de transfert à l'aide d'une méthode aux différences finies. Ils montrent notamment que l'interface eau-air se comporte comme une paroi solide isotherme de température voisine de celle de la surface inclinée eu égard à l'écoulement gazeux. Des variations de la distance d'assèchement sont données en fonction de plusieurs paramètres.

INTRODUCTION

L'évaporation de films minces en écoulement et la détermination des distances d'assèchement posent de nombreux problèmes théoriques et présentent un grand intérêt pratique, notamment dans l'industrie nucléaire, pour le refroidissement des turbines, lors de l'injection de carburant dans les moteurs [1], pour la concentration des effluents, pour la distillation, etc. Pourtant, on trouve encore relativement peu de publications scientifiques concernant ces phénomènes. Citons celle de Schroppel et Thiele [2] relative à un film d'épaisseur constante s'écoulant sur une plaque horizontale, celles de Lin et al. [3, 4] et de Suzuki et al. [5] concernant la paroi intérieure d'un tube vertical ainsi que celle de Hounkalin [6] à propos d'une plaque inclinée. Plus récemment, Tsay et al. [7] ont étudié l'évaporation en convection naturelle, d'un film d'éthanol tombant sur une paroi adiabatique verticale. Les auteurs choisissent une température d'entrée du film de telle manière que l'écoulement du gaz et celui du film liquide soient co-courants.

Dans le présent travail, l'intérêt est porté sur l'étude de l'évaporation d'un film liquide en présence d'un écoulement d'air humide. L'objectif global est la détermination des conditions d'entrée qui entraînent un assèchement du film en particulier sur de faibles distances. Les résultats locaux (températures, vitesses, fractions massiques) le long de la paroi inclinée sont analysés en fonction des grandeurs d'entrée.

DESCRIPTION DU SYSTEME ET FORMULATION MATHEMATIQUE DU PROBLEME

Considérons un liquide newtonien, en l'occurrence de l'eau, à la température t_P , s'écoulant en film sur une surface plane inclinée d'un angle θ par rapport au plan horizontal et maintenue à la même température constante t_P (Fig. 1).

Soit x, l'abscisse mesurée positivement dans la direction de l'écoulement à partir du bord de la surface par lequel entre le liquide et y, la distance normale à celle-ci comptée positivement vers le haut. On suppose grande la dimension de la surface dans la direction perpendiculaire au plan (x, y).

On pose que, pour x = 0, l'écoulement est permanent, laminaire, établi et sans onde. Le film s'évapore le long de la paroi. On suppose qu'il existe, au-dessus de la surface libre du liquide, un écoulement permanent et laminaire d'air humide parallèle à la surface et dans la même direction que le film.

NOMENCLATURE

	110 1 1		
Cf_k	coefficient de frottement défini dans la	v V	
	phase k, $(2\mu_k/\rho_G u_\infty^2)(du_k/dy)$	v	
Ср	capacité calorifique massique a	x V	· ·
	pression constante	<u>л</u>	ć
$D_{\mathbf{v}}$	coefficient de diffusion de la vapeur	У	1
	dans l'air	V	ļ
Fr	nombre de Froude, $u_{\overline{\omega}}/gL$	I	
g	acceleration de la pesanteur		i
h	chaleur latente massique	w	1
	d evaporation dimensionnelle		(
Н	chaleur latente massique	$W_{\mathbf{P}}$]
T	d'evaporation adimensionnelle		(
L	longueur de la plaque	***	1
M _e	flux de vapeur, $\int_0^\infty m dx$	W	1
Mr	fraction massique evaporée, $M_{\rm ev}/\Gamma_0$		J
$M_{\rm a}$	masse molaire de l'air	~ •	
$M_{ m v}$	masse molaire de la vapeur d'eau	Symbol	les
'n	densité du flux de vapeur	Г	(
Nu	nombre de Nusselt local, défini dans la]
	phase gazeuse, lié au transfert de	Γ^*	(
	chaleur latente, $hmx/\lambda_{\rm G}\Delta t$	_	J
Nus	s nombre de Nusselt local, défini dans la	δ	(
	phase gazeuse, lié au transfert de	Δ	(
	chaleur sensible, $-(x/\Delta t)(\partial t/\partial y) _{GI}$]
Nu_{x}	x nombre de Nusselt local défini dans la	θ	i
	phase liquide, $-(x\lambda_L/\Delta t\lambda_G)(\partial t/\partial y) _{LI}$]
Р	pression atmosphérique	λ	(
$P_{\rm vs}$	pression de vapeur saturante	μ	
Pr_k	nombre de Prandtl défini dans la phase	v	1
	$k,\mu_k C p_k/\lambda_k$	ho	1
Re_1	nombre de Reynolds défini dans la		
	phase liquide, $4\Gamma_0/\mu_L$	Indices	
Re	³ nombre de Reynolds total défini dans	I	j
	la phase gazeuse, $u_{\infty}L/v_{\rm G}$	k	
Re_{i}	nombre de Reynolds local défini dans	L]
	la phase gazeuse, $u_{\infty}x/v_{\rm G}$	G	J
Sc	nombre de Schmidt défini dans la	\mathbf{P}	j
	phase gazeuse, $v_{\rm G}/D_{\rm v}$	х]
Sh,	nombre de Sherwood local défini dans	0	(
	la phase gazeuse, $-(x/\Delta w)(\partial w/\partial y) _1$	00	
t	température dimensionnelle]
Т	température adimensionnelle		
и	vitesse dimensionnelle suivant ox	Les not	mb
U	vitesse adimensionnelle suivant ox		

- vitesse dimensionnelle suivant oy
- vitesse adimensionnelle suivant oy
- abscisse dans le sens de l'écoulement
- abscisse adimensionnelle
- coordonnée dimensionnelle normale à la surface
- coordonnée adimensionnelle normale à la surface
- fraction massique de la vapeur d'eau dans l'air
- fraction massique de la vapeur d'eau dans l'air correspondant à la température $t_{\rm P}$
- fraction massique adimensionnelle de la vapeur d'eau dans l'air.
- débit massique dimensionnel du film liquide
- débit massique adimensionnel du film liquide
- epaisseur de la couche limite
- epaisseur adimensionnelle de la couche limite
- angle entre la plaque et le plan horizontal
- conductivité thermique
- viscosité dynamique
- viscosité cinématique, μ/ρ
- masse volumique.
- interface liquide-vapeur
- L, G
- phase liquide
- phase gazeuse
- paroi
- position suivant x
- condition d'entrée pour le débit conditions loin de l'interface dans la phase gazeuse.

res décimaux sont exprimés à l'aide du 'point".

Posons les hypothèses complémentaires suivantes:

- (1) les écoulements et le transfert de chaleur et de masse sont bidimensionnels
- (2) les propriétés physiques de l'eau et de l'air humide sont constantes
- (3) le rayonnement est négligeable
- (4) l'air humide est un gaz parfait
- (5) les effets Soret et Dufour sont négligeables
- (6) les approximations de la couche limite sont partout valables
- (7) l'interface eau/air humide est en équilibre thermodynamique et il n'y a pas de dissolution de gaz dans le liquide
- (8) la température t_{∞} de l'air est constante loin de la surface et inférieure à $t_{\rm P}$
- (9) la fraction massique w_{∞} de la vapeur dans l'air, loin de la surface, est constante.



Fig. 1. Modèle physique.

Equations dans la phase liquide Equation de continuité

$$\frac{\partial u_{\rm L}}{\partial x} + \frac{\partial v_{\rm L}}{\partial y} = 0. \tag{1}$$

Equation du mouvement

$$u_{\rm L}\frac{\partial u_{\rm L}}{\partial x} + v_{\rm L}\frac{\partial u_{\rm L}}{\partial y} = g\sin\left(\theta\right) + v_{\rm L}\frac{\partial^2 u_{\rm L}}{\partial y^2}.$$
 (2)

Equation de la chaleur

$$u_{\rm L}\frac{\partial t_{\rm L}}{\partial x} + v_{\rm L}\frac{\partial t_{\rm L}}{\partial y} = \frac{\lambda_{\rm L}}{\rho_{\rm L}Cp_{\rm L}}\frac{\partial^2 t_{\rm L}}{\partial y^2}.$$
 (3)

Dans la phase gazeuse

Equation de continuité

$$\frac{\partial u_{\rm G}}{\partial x} + \frac{\partial v_{\rm G}}{\partial y} = 0. \tag{4}$$

Equation du mouvement

$$u_{\rm G}\frac{\partial u_{\rm G}}{\partial x} + v_{\rm G}\frac{\partial u_{\rm G}}{\partial y} = v_{\rm G}\frac{\partial^2 u_{\rm G}}{\partial y^2}.$$
 (5)

Equation de la chaleur

$$u_{\rm G}\frac{\partial t_{\rm G}}{\partial x} + v_{\rm G}\frac{\partial t_{\rm G}}{\partial y} = \frac{\lambda_{\rm G}}{\rho_{\rm G}Cp_{\rm G}}\frac{\partial^2 t_{\rm G}}{\partial y^2}.$$
 (6)

Equation de diffusion de la vapeur

$$u_{\rm G}\frac{\partial w}{\partial x} + v_{\rm G}\frac{\partial w}{\partial y} = D_{\rm v}\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}.$$
 (7)

Conditions aux limites

A la paroi

 $u_{\rm L} = v_{\rm L} = 0, \quad t_{\rm L} = t_{\rm P}.$ (8)–(9)

A l'interface eau-air

$$u_{\rm L} = u_{\rm G}$$
 $t_{\rm L} = t_{\rm G}$ $\mu_{\rm L} \frac{\partial u_{\rm L}}{\partial y} = \mu_{\rm G} \frac{\partial u_{\rm G}}{\partial y}$ (10)–(12)

$$\lambda_{\rm L} \frac{\partial t_{\rm L}}{\partial y} = \lambda_{\rm G} \frac{\partial t_{\rm G}}{\partial y} - h\dot{m} \quad \dot{m} = -\rho_{\rm G} D_{\rm v} \frac{\partial w}{\partial y}\Big|_{\rm I}.$$
 (13)–(14)

La fraction massique w_i , à l'interface, est donnée par la relation thermodynamique:

$$w_{\rm I} = \frac{M_{\rm v} P_{\rm vs}}{M_{\rm v} P_{\rm vs} + M_{\rm a} (P - P_{\rm vs})} \tag{15}$$

avec

$$\log (P_{\rm vs}) = 17.443 - \frac{2795}{t_{\rm I}} - 3.868 \log (t_{\rm I}). \quad (16)$$

Dans cette dernière relation, dite de Bertrand, P_{vs} est exprimé en atmosphères et t_{I} en Kelvin.

A la frontière extérieure de la couche limite de vapeur

$$u_{\rm G} = u_{\infty}$$
 $t_{\rm G} = t_{\infty}$ $w = w_{\infty}$. (17)–(19)

Aux équations de transfert et aux conditions aux limites, il convient d'ajouter l'équation de conservation du débit massique, à savoir:

$$\Gamma_0 = \rho_{\rm L} \int_0^{\delta_{\rm L}} u_{\rm L} \, \mathrm{d}y + \int_0^x \dot{m} \, \mathrm{d}x.$$
 (20)

ADIMENSIONNALISATION DES EQUATIONS DE TRANSFERTS ET DES CONDITIONS AUX LIMITES

Adimensionnalisons x, y, δ_L , u_k , v_k , t_k , w respectivement de la façon suivante:

$$X = \frac{x}{L} \quad Y = \frac{y}{L}\sqrt{Re_{\rm G}} \quad \Delta_{\rm L} = \frac{\delta_{\rm L}}{L}\sqrt{Re_{\rm G}} \quad (21)-(23)$$
$$U_k = \frac{u_k}{u_{\infty}} \quad V_k = \frac{v_k}{u_{\infty}}\sqrt{Re_{\rm G}}$$
$$T_k = \frac{t_k - t_{\infty}}{t_{\rm P} - t_{\infty}} \quad W = \frac{w - w_{\infty}}{w_{\rm P} - w_{\infty}}. \quad (24)-(27)$$

Effectuons le changement de variable suivant:

$$X = X \quad \eta = \frac{Y}{\Delta_{\rm L}} \tag{28}-(29)$$

et posons:

$$\Delta t = t_{\rm P} - t_{\infty} \quad \Delta w = w_{\rm P} - w_{\infty} \quad (30) - (31)$$

$$H = \frac{\rho_{\rm G} D_{\rm v} h \Delta w}{\lambda_{\rm G} \Delta t} \quad \Gamma_0^* = \frac{\Gamma_0 \sqrt{Re_{\rm G}}}{u_\infty L \Delta_{\rm L} \rho_{\rm L}} \tag{32}-(33)$$

$$Nu_{\rm I} = -X \frac{\sqrt{Re_{\rm G}}}{\Delta_{\rm L}} \left. \frac{H}{1 - w_{\rm I}} \left. \frac{\partial W}{\partial \eta} \right|_{\rm I}$$
(34)

$$Nu_{\rm x} = -X \frac{\lambda_{\rm L}}{\lambda_{\rm G}} \left. \frac{\sqrt{Re_{\rm G}}}{\Delta_{\rm L}} \left. \frac{\partial T_{\rm L}}{\partial \eta} \right|_{\rm I}$$
(35)

$$Nu_{\rm s} = -X \frac{\sqrt{Re_{\rm G}}}{\Delta_{\rm L}} \left. \frac{\partial T_{\rm G}}{\partial \eta} \right|_{\rm I} \quad Sh_{\rm x} = -X \frac{\sqrt{Re_{\rm G}}}{\Delta_{\rm L}} \left. \frac{\partial W}{\partial \eta} \right|_{\rm I}$$
(36)–(37)

$$Cf_{\rm LP} = \frac{\frac{2u_{\infty}\mu_{\rm L}\sqrt{Re_{\rm G}}}{L\Delta_{\rm L}} \frac{\partial U_{\rm L}}{\partial \eta}\Big|_{\rm P}}{\rho_{\rm G}u_{\infty}^2}$$
(38)

$$Cf_{\rm GI} = \frac{\frac{2u_{\infty}\mu_{\rm G}\sqrt{Re_{\rm G}}}{L\Delta_{\rm L}} \frac{\partial U_{\rm G}}{\partial \eta}\Big|_{\rm I}}{\rho_{\rm G}\mu_{\infty}^2}.$$
 (39)

Les équations de transfert et leurs conditions aux limites associées s'écrivent.

Equations adimensionnalisées dans la phase liquide Equation de continuité

$$\frac{\partial U_{\rm L}}{\partial X} - \frac{\eta}{\Delta_{\rm L}} \frac{\mathrm{d}\Delta_{\rm L}}{\mathrm{d}X} \frac{\partial U_{\rm L}}{\partial \eta} + \frac{1}{\Delta_{\rm L}} \frac{\partial V_{\rm L}}{\partial \eta} = 0.$$
(40)

Equation du mouvement

$$U_{\rm L} \frac{\partial U_{\rm L}}{\partial X} - \frac{\eta}{\Lambda_{\rm L}} \frac{d\Delta_{\rm L}}{dX} U_{\rm L} \frac{\partial U_{\rm L}}{\partial \eta} + \frac{1}{\Lambda_{\rm L}} V_{\rm L} \frac{\partial U_{\rm L}}{\partial \eta}$$
$$= \frac{\sin\left(\theta\right)}{Fr} + \frac{v_{\rm L}}{v_{\rm G}} \frac{1}{\Lambda_{\rm L}^2} \frac{\partial^2 U_{\rm L}}{\partial \eta^2}.$$
 (41)

Equation de la chaleur

$$U_{\rm L}\frac{\partial T_{\rm L}}{\partial X} - \frac{\eta}{\Delta_{\rm L}} \frac{\mathrm{d}\Delta_{\rm L}}{\mathrm{d}X} U_{\rm L}\frac{\partial T_{\rm L}}{\partial \eta} + \frac{1}{\Delta_{\rm L}} V_{\rm L}\frac{\partial T_{\rm L}}{\partial \eta}$$
$$= \frac{v_{\rm L}}{v_{\rm G}} \frac{1}{Pr_{\rm L}\Delta_{\rm L}^2} \frac{\partial^2 T_{\rm L}}{\partial \eta^2}.$$
 (42)

Equations adimensionnalisées dans la phase gazeuse Equation de continuité

$$\frac{\partial U_{\rm G}}{\partial X} - \frac{\eta}{\Delta_{\rm L}} \frac{d\Delta_{\rm L}}{dX} \frac{\partial U_{\rm G}}{\partial \eta} + \frac{1}{\Delta_{\rm L}} \frac{\partial V_{\rm G}}{\partial \eta} = 0.$$
(43)

Equation du mouvement

$$U_{\rm G} \frac{\partial U_{\rm G}}{\partial X} - \frac{\eta}{\Delta_{\rm L}} \frac{d\Delta_{\rm L}}{dX} U_{\rm G} \frac{\partial U_{\rm G}}{\partial \eta} + \frac{1}{\Delta_{\rm L}} V_{\rm G} \frac{\partial U_{\rm G}}{\partial \eta}$$
$$= \frac{1}{\Delta_{\rm L}^2} \frac{\partial^2 U_{\rm G}}{\partial \eta^2}.$$
 (44)

Equation de la chaleur

$$U_{\rm G}\frac{\partial T_{\rm G}}{\partial X} - \frac{\eta}{\Delta_{\rm L}}\frac{\mathrm{d}\Delta_{\rm L}}{\mathrm{d}X}U_{\rm G}\frac{\partial T_{\rm G}}{\partial \eta} + \frac{1}{\Delta_{\rm L}}V_{\rm G}\frac{\partial T_{\rm G}}{\partial \eta}$$
$$= \frac{1}{Pr_{\rm G}\Delta_{\rm L}^2}\frac{\partial^2 T_{\rm G}}{\partial \eta^2}.$$
 (45)

Equation de la diffusion de vapeur

$$U_{\rm G}\frac{\partial W}{\partial X} - \frac{\eta}{\Delta_{\rm L}}\frac{\mathrm{d}\Delta_{\rm L}}{\mathrm{d}X}U_{\rm G}\frac{\partial W}{\partial \eta} + \frac{1}{\Delta_{\rm L}}V_{\rm G}\frac{\partial W}{\partial \eta}$$
$$= \frac{1}{Sc\Delta_{\rm L}^2}\frac{\partial^2 W}{\partial \eta^2}.$$
 (46)

Conditions aux limites Conditions à la paroi ($\eta = 0$)

$$U_{\rm L} = V_{\rm L} = 0$$
 (47)

$$T_{\rm L} = 1.$$
 (48)

Conditions à l'interface ($\eta = 1$)

$$U_{\rm L} = U_{\rm G} = U_{\rm I} \tag{49}$$

$$T_{\rm L} = T_{\rm G} = T_{\rm I} \tag{50}$$

$$Cf_{\rm L1} = Cf_{\rm GI} \tag{51}$$

$$Nu_{\rm x} = Nu_{\rm s} + Nu_{\rm I} \tag{52}$$

$$Nu_{\rm I} = Sh_{\rm x}H. \tag{53}$$



Fig. 2. Variations de U, T et W en fonction de η pour: X = 0.05, L = 1 m, $u_{\infty} = 1.5$ m s⁻¹, $w_{\infty} = 10^{-3}$, $t_{\rm P} = 40^{\circ}$ C et $\Gamma_0 = 10^{-3}$ kg s⁻¹ m⁻¹.



Fig. 3. Variations de Nu_s et de Sh_x en fonction de $Re_x^{1/2}$ pour: $w_{\infty} = 10^{-3}$, $t_P = 40^{\circ}$ C et $\Gamma_0 = 10^{-3}$ kg s⁻¹ m⁻¹.



Fig. 4. Variations de T_1 en fonction de X pour: L = 6 m, $t_P = 60^{\circ}$ C, $u_{\infty} = 1$ m s⁻¹, $w_{\infty} = 10^{-3}$ et $\Gamma_0 = 10^{-3}$ kg s⁻¹ m⁻¹.



Fig. 5. Variations de Cf_{GI} et Cf_{LP} en fonction de X pour différentes valeurs de Re_G et Re_L respectivement, avec L = 1 m, $w_{\infty} = 10^{-3}$ et $t_P = 40^{\circ}$ C.



Fig. 6. Variations de Mr en fonction de X pour différentes valeurs de Γ_0 avec: $u_{\infty} = 1$ m s⁻¹, L = 6 m, $w_{\infty} = 10^{-3}$, $t_{\rm P} = 60^{\circ}$ C, $\theta = 10^{\circ}$.



Fig. 7. Variations de *Mr* en fonction de *X* pour différentes valeurs de $t_{\rm P}$ avec: $u_{\infty} = 1 \text{ m s}^{-1}$, L = 6 m, $w_{\infty} = 10^{-3}$, $\Gamma_0 = 10^{-3} \text{ kg s}^{-1} \text{ m}^{-1}$, $\theta = 10^{\circ}$.



Fig. 8. Variations de Mr en fonction de X pour différentes valeurs de w_{∞} avec: $u_{\infty} = 1 \text{ m s}^{-1}$, $\Gamma_0 = 10^{-3} \text{ kg s}^{-1} \text{ m}^{-1}$, $\theta = 10^{\circ}$, L = 6 m, $t_{\rm P} = 60^{\circ}$ C.



Fig. 9. Variations de Mr en fonction de X pour différentes valeurs de u_{∞} avec: $w_{\infty} = 10^{-3}$, L = 6 m, $t_{\rm P} = 60^{\circ}$ C, $\theta = 10^{\circ}$, $\Gamma_0 = 10^{-3}$ kg s⁻¹ m⁻¹.



Fig. 10. Variations de Mr en fonction de X pour différentes valeurs de θ avec: $u_{\infty} = 1 \text{ m s}^{-1}$, L = 6 m, $t_{\rm P} = 60^{\circ}\text{C}$, $w_{\infty} = 10^{-3}$, $\Gamma_0 = 10^{-3}$ kg s⁻¹ m⁻¹.



Fig. 11. Variations de la longueur d'assèchement *Ls* en fonction de u_{∞} et w_{∞} pour: $t_{\rm P} = 60^{\circ}$ C, $\Gamma_0 = 10^{-3}$ kg s⁻¹ m⁻¹, $\theta = 10^{\circ}$.

Loin de l'interface $(\eta \rightarrow \infty)$

$$U_{\rm G} = 1$$
 (54)

$$T_{\rm G} = 0 \tag{55}$$

$$W = 0. \tag{56}$$

Enfin, l'équation de conservation du débit massique s'écrit:

$$1 = \frac{1}{\Gamma_0^*} \int_0^1 U_{\rm L} \, \mathrm{d}\eta + Mr.$$
 (57)

METHODE DE RESOLUTION

On utilise une méthode aux différences finies implicite. Les dérivées premières sont approchées par une différence finie avant dans le sens de l'écoulement et par une différence centrée dans le sens perpendiculaire. L'algorithme retenu pour la résolution est celui de Thomas.

La procédure de résolution peut se résumer comme suit:

- donnée des profils d'entrée pour la fraction massique, la température, la vitesse et de l'épaisseur du film d'eau
- (2) choix d'une température d'interface $T_1^{\text{donné}}$ et détermination de la fraction massique à l'interface
- (3) résolution de l'équation de la diffusion
- (4) calcul du débit massique évaporé
- (5) résolution de l'équation de la chaleur
- (6) résolution de l'équation du mouvement
- (7) vérification de la condition de conservation du débit massique

Si la condition

$$|1 - (\Gamma_{\rm x}^* + Mr)| \le 10^{-4}$$

n'est pas remplie, on se donne une autre valeur

de l'épaisseur du film et on reprend les étapes (3)-(7).

(8) détermination de la frontière extérieure de la couche limite gazeuse

Si la condition

$$\left| \frac{\partial U_{\rm G}}{\partial \eta} \right| \leq 10^{-3}$$

n'est pas satisfaite on augmente η et on reprend les étapes (3)–(8).

- (9) résolution de l'équation de continuité
- (10) détermination de la température à l'interface Si la condition

$$|T_{\rm I}^{\rm calculé} - T_{\rm I}^{\rm donné}| \leqslant 10^{-4}$$

n'est pas remplie, on se donne une autre valeur de $T_1^{\text{donné}}$ et on reprend les étapes (2)–(10).

(11) calcul des nombres de Nusselt, de Sherwood et des contraintes de cisaillement à la paroi et à l'interface.

RESULTATS ET DISCUSSION

L'annexe rassemble les formules donnant les propriétes physiques de l'air humide.

La Fig. 2 visualise les deux couches limites liquide et gazeuse, la première coïncidant avec le film comme imposé dans nos équations pour la vitesse et la température. Le profil des températures est quasi-linéaire du fait de la faiblesse des termes convectifs dans l'équation de la chaleur.

La Fig. 3 montre que dans le gaz, Nu_s et Sh_x varient comme si l'interface était une paroi solide et isotherme. Les résultats obtenus pour ces deux nombres sont en effet vérifiés par les relations classiques, applicables à une plaque, trouvées dans la bibliographie, ref. [8] par exemple. Le premier résultat était prévisible, compte-tenu de la différence existant entre les masses volumiques de l'eau et de l'air humide, tandis que le second signifie que les variations de la température le long de l'interface jouent peu sur l'échange de chaleur. La Fig. 4 vient confirmer ce résultat.

De même la Fig. 5 illustre les différences existant entre l'eau et l'air humide eu égard à leur masse volumique et à leur viscosité. L'analogie entre le coefficient de frottement, trouvé à l'interface eau-air, et celui de l'air sur une paroi solide est évidente.

Les Figs. 6–10 montrent les variations de la fraction massique évaporée Mr, en fonction de l'abscisse adimensionnelle pour différentes valeurs de certains paramètres adimensionnels. Ainsi, pour une abscisse donnée, Mr est d'autant plus grand que le débit d'entrée de l'eau sur la plaque est faible (Fig. 6), que la température de celle-ci est élevée (Fig. 7), que la fraction massique de la vapeur dans l'air extérieur est basse (Fig. 8), que la vitesse de ce dernier est grande (Fig. 9). La Fig. 10, quant à elle, fait apparaître que l'angle d'inclinaison de la paroi influe peu sur Mr.

La Fig. 11 illustre les variations de la longueur d'assèchement, définie comme la distance pour laquelle la fraction massique évaporée est de 98%, en fonction de la vitesse u_{∞} et de l'humidité w_{∞} de l'air.

La pose du problème et les résultats présentés dans ce travail ne sont valables que pour des nombres de Reynolds du film liquide très petits. En effet, pour $Re_L > 30$ [9, 10], des ondes apparaissent à la surface du film, ce qui entraîne une modification importante du transfert de masse et de chaleur entre les deux phases. Sur ce même thème et dans un cadre plus général Taitel et Dukler [11] ont introduit un coefficient sans dimension qui caractérise l'état du film. Ce coefficient tient compte des masses volumiques du liquide et du gaz, de la vitesse du gaz, de la vitesse moyenne du liquide dans une section xquelconque, de la viscosité dynamique du liquide et de la gravité.

CONCLUSION

Notre code de calcul permet d'étudier l'évaporation dans un courant d'air d'un film mince d'eau s'écoulant en régime permanent, laminaire et sans onde audessus d'une surface plane inclinée de température constante et supérieure à celle de l'air.

Dans ces conditions, où la chaleur est fournie par la surface, nous avons montré que l'interface eau-air se comporte, eu égard à l'écoulement gazeux, comme une paroi rigide plane et isotherme dont la température est voisine de celle de la paroi solide.

Les calculs ont montré que les distances d'assèchement pouvaient être de l'orde de quelques mètres, ce qui donne un intérêt au procédé étudié par exemple pour concentrer des effluents industriels. Mais, dans cette éventualité, il convient d'étendre les possibilités du programme de calcul pour se rapprocher davantage du réel. L'extension du modèle de calcul pour traiter le cas d'une surface produisant un flux de chaleur constant est déjà envisagée et l'étude sur une surface plus complexe, comme le cylindre circulaire est en cours. Nous reviendrons ultérieurement sur ces points.

REFERENCES

- 1. T. R. Shembharkar and B. R. Pai, Prediction of film cooling with a liquid coolant, *Int. J. Heat Mass Transfer* **29**, 899–908 (1986).
- J. Schroppel and F. Thiele, On the calculation of momentum, heat and mass transfer in laminar and turbulent boundary layer flows along a vaporizing liquid film, *Numer. Heat Transfer* 6, 475–496 (1983).
- T. F. Lin, C. J. Chang and W. M. Yan, Analysis of combined buoyancy effects of thermal and mass diffusion on laminar forced convection heat transfer in a vertical tube, *J. Heat Transfer* 110, 337–344 (1988).
- 4. W. M. Yan and T. F. Lin, Combined heat and mass transfer in natural convection between vertical parallel plates with film evaporation, *Int. J. Heat Mass Transfer* 33, 529–541 (1990).
- K. Suzuki, Y. Hagiwara and T. Sato, Heat transfer and flow characteristics of two phase two components annular flow, *Int. J. Heat Mass Transfer* 26, 597–605 (1983).
- M. Hounkalin, Contribution à l'étude des écoulements de films liquides. Applications aux phénomènes de transferts aux interfaces, Thèse Docteur es sciences, Poitiers (1987).
- 7. Y. L. Tsay, T. F. Lin and W. M. Yan, Cooling of a falling liquid film through interfacial heat and mass transfer, *Int. J. Multiphase Flow* **16**, 853–865 (1990).
- J. F. Sacadura, Initiation aux transfers thermiques, Centre d'Actualisation Scientifique et Technique INSA de Lyon Techniques & documentation (1980).
- 9. R. B. W. Bird, E. Stewart and E. N. Lightfoot, *Transport Phenomena*. John Wiley, New York (1984).
- V. G. Levich, *Physicochemical Hydrodynamics*. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ (1962).
- 11. Y. Taitel and A. E. Dukler, A model for predicting flow regime transitions in horizontal and near horizontal gas liquid flow, *A.I.Ch.E. J.* **22**, 47–55 (1976).

ANNEXE: PROPRIETES PHYSIQUES DE L'AIR HUMIDE

(1) Pression de vapeur P_v

$$P_{\rm v} = \frac{P \times w_{\infty}}{0.662 + 0.378 \times w_{\infty}}$$

avec *P* la pression atmosphérique (2) coefficient de diffusion D_v

$$D_{\rm v} = \frac{2.26 \times 10^{-5}}{P} \left(\frac{t}{273.15}\right)^{1.81}$$

(3) viscosité dynamique de l'air humide

$$\mu_{\rm G} = \frac{9.81}{\frac{P_{\rm v}}{\mu_{\rm v}} + \frac{P - P_{\rm v}}{\mu_{\rm a}}}$$

(4) viscosité dynamique de la vapeur d'eau

ŀ

$$\mu_{\rm v} = \frac{3.01472 \times 10^{-6}}{1 + \frac{673}{t}} \sqrt{\frac{t}{273.15}}$$

(5) viscosité dynamique de l'air sec

μ

$$\mu_{\rm a} = \frac{2.53928 \times 10^{-6}}{1 + \frac{122}{t}} \sqrt{\frac{t}{273.15}}$$

 (6) capacité calorifique massique à pression constante de l'air humide

$$Cp = 4185 \times [0.24 \times (1 - w_{\infty}) + 0.46 \times w_{\infty}]$$

(7) masse volumique de l'air humide

$$\rho_{\rm G} = \frac{352.989}{t} \left(P - 0.378 \times P_{\rm v} \right)$$

(8) conductivité thermique de l'air humide

$$\lambda_G = \lambda_a + 4.76 \times 10^{-3} \times \frac{w_\infty}{1 - w_\infty}$$

(9) conductivité thermique de l'air sec

$$\lambda_{a} \approx 2.43 \times 10^{-2} + 9.74167 \times 10^{-5} (t - 273.15) - 1.825 \times 10^{-6} (t - 273.15)^{2} + 2.27 \times 10^{-8} (t - 273.15)^{3}$$

(10) chaleur latente massique d'évaporation

$$h = 4185 \times [597 - 0.56 \times (t - 273.15)]$$

$$M_{\rm a} = 29 \times 10^{-3} \text{ kg mol}^{-1}$$
 $M_{\rm v} = 18 \times 10^{-3} \text{ kg mol}^{-1}$

Les pressions sont exprimées en atmosphères et les températures en Kelvin.

EVAPORATION OF A STEADY, LAMINAR, THIN FILM WITHOUT WAVINESS ABOVE AN INCLINED PLATE

Abstract—The authors propose a two-dimensional model for film evaporation at constant surface temperature in a parallel stream of air. Additionally, from the boundary layer hypothesis we assume that the film at the same surface temperature is steady. The governing equations are solved by the finite-difference numerical method. The water-air interface is like an isothermal solid surface. The dry point variations are given as parameters.